

Introdução

O Python é uma ferramenta importante para simular e criar programas que auxiliam no conhecimento acadêmico, no cotidiano e no desenvolvimento de pesquisas científicas.

Um fenômeno físico interessante a ser explorado é o movimento Browniano, que foi observado pelo botânico Robert Brown e que foi mais tarde estudado por inúmeros físicos, dentre eles Albert Einstein e Paul Langevin.

Modelo

Uma partícula de massa m e mobilidade μ sofre dois tipos de forças: de atrito (resistência do ar) e de colisões (aleatórias). As forças resultantes em x e y são:

$$ma_x = -\frac{1}{\mu}v_x + \xi(\beta_x, f_x) \quad (1)$$

$$ma_y = -\frac{1}{\mu}v_y + \xi(\beta_y, f_y) \quad (2)$$

Nessas equações, $\xi(\beta, f)$ são números aleatórios com média β e desvio padrão f seguindo uma distribuição normal.

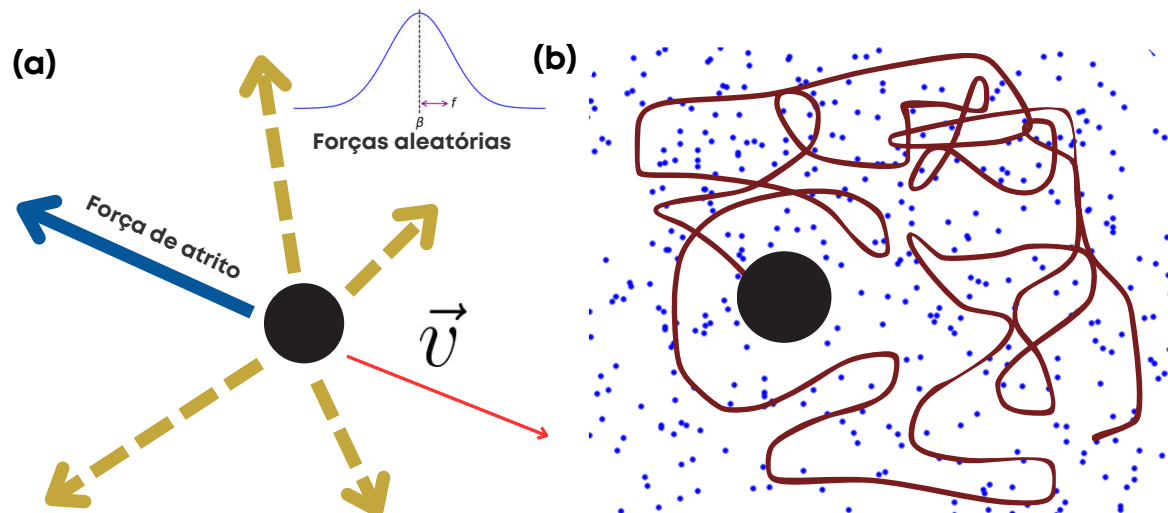


Figura 1: (a) Diagrama de forças atuantes na partícula e seu vetor velocidade. (b) Exemplo de uma trajetória de uma partícula em movimento Browniano.

Métodos

Foram utilizados métodos de integração numérica implementados no Python utilizando as equações para a aceleração da partícula (RK4).

Diferentes trajetórias da partícula foram simuladas, gerando conjuntos $x = \{x_1, x_2, \dots, x_N\}$, tanto para as posições x e y , quanto para as velocidades e energias. Foram feitas estatísticas como o valor médio e variância, dadas por:

$$\langle x \rangle = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_N}{N} = \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N}$$

$$\sigma_x^2 \equiv \langle (x - \langle x \rangle)^2 \rangle = \frac{(x_1 - \langle x \rangle)^2 + (x_2 - \langle x \rangle)^2 + \dots + (x_N - \langle x \rangle)^2}{N}$$

Resultados

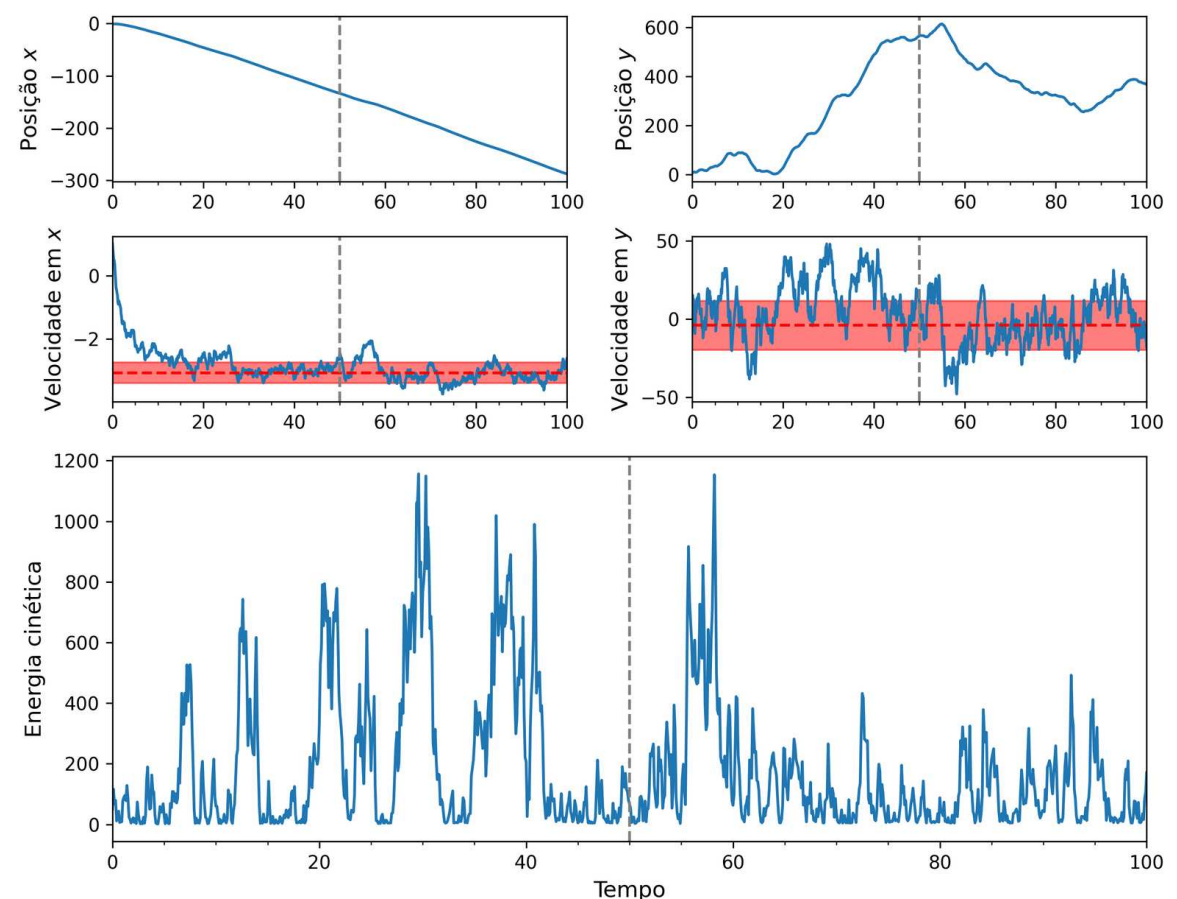


Figura 2: Evolução temporal a partir de uma condição inicial com os parâmetros $h = 0.1, m = 1, \mu = 3.0, f_x = 1.5, f_y = 100.0, \beta_x = -1.0, \beta_y = 0.0$.

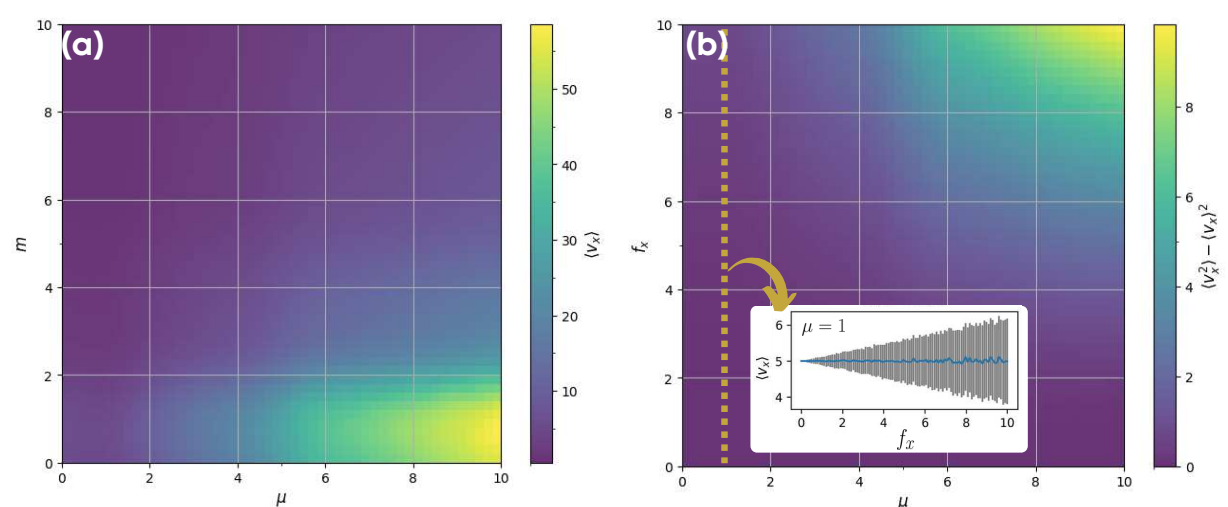


Figura 3: (a) Efeitos da massa e mobilidade na velocidade média da partícula com $f_x = 1$ e $\beta_x = 5$, e (b) efeito do grau da força aleatória em x na variância da velocidade, com $m = 1$ e $\beta_x = 5$.

Conclusões

A variação de parâmetros interfere na força sentida pela partícula, podendo fazer ela se locomover mais ou menos em cada direção, e variando sua energia mecânica.

Os mesmos métodos podem ser utilizados para analisar trajetórias reais de partículas brownianas, e também para outros fenômenos.

Referências

Salinas, S. R. (2005). *Einstein e a teoria do movimento browniano*. Revista Brasileira de Ensino de Física, 27, 263-269.

Silva, J. M. D., & Lima, J. A. S. (2007). *Quatro abordagens para o movimento browniano*. Revista Brasileira de Ensino de Física, 29, 25-35.

Agradecimentos

Bolsa de Iniciação Científica Júnior vinculada ao processo 405159/2022-6, CNPq/MCTI/FNDCT N° 06/2022
Feira de Ciências 2023, coordenada pelo Prof. Leonarde Rodrigues (UFV)